

А. А. Гонтаренко

*Волгоградский государственный университет,
brokken@mail.ru*

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО ВОССТАНОВЛЕНИЮ ФОРМЫ СТАЦИОНАРНОГО ВИХРЕВОГО КОЛЬЦА В СЖИМАЕМОЙ СРЕДЕ

Вихревое кольцо представляет собой тороидальное облако, в котором осуществляется закручивающееся движение газа вокруг себя. Данные образования могут двигаться в потоке газа с очень маленьким сопротивлением. Такие задачи хорошо известны. К ним, например, относятся задачи отыскания формы поверхности пузыря, внутри которого происходит движение газа. В этом случае форма должна удовлетворять равенству давления на поверхности с учетом сил поверхностного натяжения.

Вихревое кольцо движется в потоке газа (силы поверхностного натяжения отсутствуют). В случае, когда плотность и интенсивность движения заметно отличаются от скорости и плотности окружающей среды, граница облака представляет тангенциальный разрыв в терминах Кельвина – Гельмгольца. Вихревое кольцо со временем просто разрушается. Задача состоит в построении решения именно для таких случаев, исключив данную неустойчивость.

Введение жесткой границы позволяет рассматривать независимо две среды. Обратная задача по восстановлению формы стационарного вихря в сжимаемом газе заключается в нахождении:

- а) внешнего течения,
- б) внутреннего течения,

в) формы границы, удовлетворяющей равенству давлений на ней.

Полученное решение уберет неустойчивость Кельвина – Гельмгольца. Базовой является внешняя обратная задача (когда по заданным характеристикам на поверхности тела находится его граница), поскольку для нее уже разработан метод решения [1]. Форма строится решением серии обратных задач для внешнего и внутреннего течений. В работе усовершенствован базовый алгоритм для решения обратных задач во внутреннем течении и разработан метод сопряжения для обоих течений.

Рассматриваемый метод восстановления искомой формы вихревого кольца является итерационным и начинается с некоторой начальной формы. На каждой итерации осуществляются деформация формы вихря и изменение числа Маха набегающего потока с целью выравнивания давлений на границе двух сред.

На фрагментах рис. 1 (слева) и рис. 2 (слева) изображена начальная форма вихревого кольца и хорошо виден резкий перепад давлений. На рис. 1 (справа) показана конечная форма. Как видно из рис. 2 (справа), давление на границе двух течений одинаково.

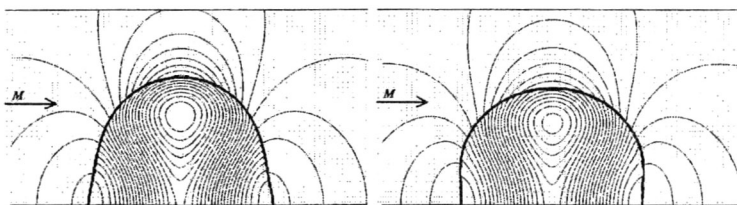


Рис. 1. Изолинии плотности: слева — начальная и справа — конечная формы

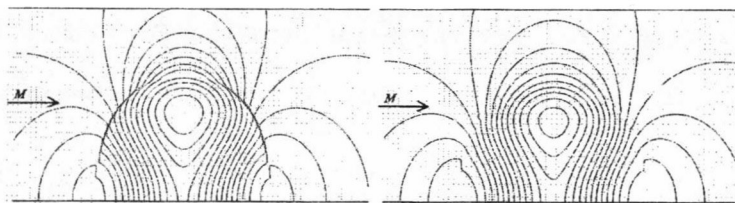


Рис. 2. Изолинии давления: слева — начальная и справа — конечная формы

В докладе представлены более подробные детали алгоритма и приведены результаты расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. И., Гонтаренко А. А. Численное решение обратной задачи для осесимметричного тела в сжимаемой среде // Труды Матем. центра им. Н. И. Лобачевского. — Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2009. — Т. 39. — С. 12-14.

Е. Н. Горечин, В. Н. Кутрунов

Тюменский государственный университет,
gorechin-egor@mail.ru, kvnkvnkvn@rambler.ru

КВАТЕРНИОННАЯ ФОРМУЛА СТОКСА

Рассмотрим классические варианты теоремы Стокса, например, [1]. Пусть ∇ — дифференциальный оператор Гамильтона, тогда

$$\int_S (d\mathbf{S} \times \nabla) \circ \mathbf{F}(\mathbf{r}) = \oint_l d\mathbf{r} \circ \mathbf{F}(\mathbf{r}),$$

$$\int_S (d\mathbf{S} \times \nabla) \times \mathbf{F}(\mathbf{r}) = \oint_l d\mathbf{r} \times \mathbf{F}(\mathbf{r}),$$